M

No. of Printed Pages : 8

Mock Test Examination, 2016-17

Subject : Mathematics

Class : XII

Time : 3 Hrs.] **[M. M. : 100**

General Instructions :

(i) All questions are compulsory.

(ii) The question paper consists of 29 questions divided into four sections A, B, C and D. Section A comprises of 4 questions of one mark each, Section B comprises of 8 questions of two marks each, Section C comprises of 11 questions of 4 marks each and Section D comprises of 6 questions of 6 marks each.

(iii) All questions in Section A are to be answered in one word, one sentence or as per the exact requirement of the question.

(iv) There is no overall choice. However, internal choice has been provided in 4 questions of four marks each and 2 questions of six marks each. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.

(v) Use of Calculators is not permitted.

सामान्य निर्देश –

(i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(ii) इस प्रश्न-पत्र में 29 प्रश्न हैं जो कि चार खण्डों में विभाजित हैं- अ, ब, स तथा द। खण्ड 'अ' में 4 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक एक अंक का है। खण्ड 'ब' में 8 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक दो अंक का है। खण्ड 'स' में 11 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक 4 अंक का है व खण्ड 'द' में 6 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक 6 अंक का है।

(iii) खण्ड 'अ' में सभी प्रश्नों के उत्तर एक शब्द, एक वाक्य अथवा प्रश्न की आवश्यकता अनुसार दिए जा सकते हैं।

(iv) पूर्ण प्रश्न-पत्र में विकल्प नहीं है फिर भी चार प्रश्नों में तथा छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प करना है।

(v) केलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

SECTION : A

(खण्ड – अ)

1. If the matrix $\begin{bmatrix} 0 & 6-5x \\ x^2 & x+3 \end{bmatrix}$ is symmetric, then find the value of x.

यदि आव्यूह $\begin{bmatrix} 0 & 6-5x \\ x^2 & x+3 \end{bmatrix}$ सममित है, तो x का मान ज्ञात करें।

P.T.O.

2. Write the vector in the direction of $2\hat{i}+3\hat{j}+2\sqrt{3}\hat{k}$ whose magnitude is 10 units.

$2\hat{i}+3\hat{j}+2\sqrt{3}\hat{k}$ सदिश की दिशा में एक ऐसा सदिश निकालें जिसका परिमाण 10 मात्रक हो।

3. If $\begin{vmatrix} 2x & 4 \\ -1 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$, find x.

यदि $\begin{vmatrix} 2x & 4 \\ -1 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$ है, तो x ज्ञात करें ?

4. Evaluate : $\int\left(8^x + x^8 + \frac{8}{x} + \frac{x}{8}\right)dx.$

ज्ञात करें : $\int\left(8^x + x^8 + \frac{8}{x} + \frac{x}{8}\right)dx.$

SECTION : B

(खण्ड – ब)

5. Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^2 + 2$ in the interval $[a, b]$ where $a = -2, b = 2$.

फलन $f(x) = x^2 + 2, x \in [a, b]$; $a = -2, b = 2$ के लिए रोले के प्रमेय को सत्यापित करें।

6. If a line makes an angle of $\frac{\pi}{4}$ with each of y and z-axis, then find the angle which it makes with x-axis.

यदि एक रेखा y-अक्ष और z-अक्ष के साथ $\frac{\pi}{4}$ का कोण बनाती है तो वह x अक्ष के साथ कौन-सा कोण बनाएगी ?

7. Two events E and F are independent. If P(E) = 0.3, P(E $\cup$ F) = 0.5, then find P(E/F) – P(F/E).

यदि E व F दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं तथा P(E) = 0.3, P(E $\cup$ F) = 0.5 है तो P(E/F) – P(F/E) ज्ञात करें।

8. If $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ and $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ then find $(AB)^{-1}$.

यदि $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ तथा $B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ तो $(AB)^{-1}$ का मान ज्ञात कीजिए।

9. If $y = (\tan^{-1} x)^2$, prove that

$$(x^2+1)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x(1+x^2)\frac{dy}{dx} = 2$$

यदि $y = (\tan^{-1} x)^2$ सिद्ध करें-

$$(x^2+1)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 2x(1+x^2)\frac{dy}{dx} = 2.$$

10. If the line drawn from the point $(-2, -1, -3)$ meets a plane at right angle at the point $(1, -3, 3)$, find the equation of the plane.

यदि $(-2, -1, -3)$ से गुजरने वाली रेखा, एक समतल को $(1, -3, 3)$ पर समकोण पर काटती है, तो उस समतल का समीकरण ज्ञात करें।

11. Find the maximum value of $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+\sin\theta & 1 \\ 1 & 1 & 1+\cos\theta \end{vmatrix}$.

$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+\sin\theta & 1 \\ 1 & 1 & 1+\cos\theta \end{vmatrix}$ का अधिकतम मान ज्ञात करें।

12. If $|\vec{a}| = 8$, $|\vec{b}| = 3$ and $|\vec{a} \times \vec{b}| = 12$, then find the value of $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

यदि $|\vec{a}| = 8$, $|\vec{b}| = 3$ और $|\vec{a} \times \vec{b}| = 12$ है, तो $\vec{a} \cdot \vec{b}$ का मान ज्ञात करें।

SECTION : C

(खण्ड — स)

13. There are two families A and B. There are 4 men, 6 women and 2 children in family A and 2 men, 2 women and 4 children in family B. The recommended daily requirement for calories is : Man : 2400, Woman : 1900, Children : 1800 and for protein is : Man : 55 gm, Woman : 45 gm and children : 33 gm. Using matrices, calculate the total requirement of calories and proteins for each of the two families. Write your views on the need of balanced diet.

दो परिवार A और B दिए हैं। परिवार A में 4 आदमी, 6 औरतें और 2 बच्चे हैं और परिवार B में 2 आदमी, 2 औरतें और 4 बच्चे हैं। कैलोरी की अनुमोदित प्रतिदिन की आवश्यक मात्रा इस प्रकार है, आदमी : 2400, औरत : 1900, बच्चे : 1800 और प्रोटीन की, आदमी : 55 ग्राम, औरत : 45 ग्राम, बच्चा : 33 ग्राम। आव्यूहों का प्रयोग करते हुए ज्ञात करें कि दोनों परिवारों को कुल कितनी कैलोरी और प्रोटीन चाहिए। हमारे जीवन में संतुलित भोजन के महत्त्व को लिखें।

14. If $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, prove that $A^2 - 4A - 5I = 0$. Hence, find A^{-1}

यदि $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ तो सिद्ध करें : $A^2 - 4A - 5I = 0$.

अत: इसका प्रयोग करते हुए A^{-1} ज्ञात करें।

15. Using vectors find the area of ΔABC with vertices A(1, 2, 3), B(2, – 1, 4) and C(4, 5, – 1).

OR

Prove that :

$$\vec{a} \cdot \left(\vec{b} + \vec{c}\right) \times \left(\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}\right) = \left[\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}\right]$$

सदिशों का प्रयोग करते हुए एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें जिसके शीर्ष A (1, 2, 3), B(2, –1, 4) और C(4, 5, – 1) हैं।

अथवा

सिद्ध करें–

$$\vec{a} \cdot \left(\vec{b} + \vec{c}\right) \times \left(\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}\right) = \left[\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}\right]$$

16. Determine the value of k so that the function $f(x)$ is continuous at $x = 0$

where

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{1+kx} - \sqrt{1-kx}}{x}; & -1 \le x < 0 \\ \dfrac{2x+1}{x-1}; & 0 \le x \le 1 \end{cases}$$

k के किस मान के लिए फलन f, $x = 0$ पर संतत होगा जहाँ पर

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{1+kx} - \sqrt{1-kx}}{x}; & -1 \le x < 0 \\ \dfrac{2x+1}{x-1}; & 0 \le x \le 1 \end{cases}$$

17. Find the distance of the point (–1, –5, –10) from the point of intersection of line $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+1}{4} = \dfrac{z-2}{2}$ and the plane $x - y + z = 5$.

बिंदु (– 1, – 5, – 10) से रेखा $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+1}{4} = \dfrac{z-2}{2}$ और समतल $x - y + z = 5$ के प्रतिच्छेदन बिंदु के मध्य की दूरी ज्ञात कीजिए।

18. Evaluate the integral : $\int \dfrac{2x+1}{18 - 4x - x^2}\, dx$.

निम्न समाकलन का मान ज्ञात करें : $\int \dfrac{2x+1}{18 - 4x - x^2}\, dx$.

19. By using the properties of definite integrals, evaluate the integral

$$\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x)\, dx.$$

निश्चित समाकलनों के गुणधर्मों का उपयोग करते हुए निम्न समाकलन का मान ज्ञात करें।

$$\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan x)\, dx.$$

20. Using properties of determinants, prove that :

$$\begin{vmatrix} y+z & x & y \\ z+x & z & x \\ x+y & y & z \end{vmatrix} = (x + y + z)(x - z)^2.$$

Or

Using properties of determinants, prove that :

$$\begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix} = (1 + a^2 + b^2)^3.$$

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए सिद्ध करें–

$$\begin{vmatrix} y+z & x & y \\ z+x & z & x \\ x+y & y & z \end{vmatrix} = (x + y + z)(x - z)^2.$$

अथवा

सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करते हुए सिद्ध करें–

$$\begin{vmatrix} 1+a^2-b^2 & 2ab & -2b \\ 2ab & 1-a^2+b^2 & 2a \\ 2b & -2a & 1-a^2-b^2 \end{vmatrix} = (1 + a^2 + b^2)^3.$$

21. If $(\cos x)^y = (\sin y)^x$, prove that :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log \sin y + y \tan x}{\log \cos x - x \cot y}.$$

यदि $(\cos x)^y = (\sin y)^x$, तो सिद्ध करें–

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\log \sin y + y \tan x}{\log \cos x - x \cot y}.$$

22. Three balls are drawn one by one without replacement from a bag containing 5 white and 4 red balls. Find the probability distribution of the number of white balls drawn.

Or

Bag I contains 3 black and 2 white balls, bag II contains 2 black and 4 white balls. One bag is chosen at random and a ball is drawn from it. Determine the probability of drawing a black ball.

एक थैले में 5 सफेद और 4 लाल गेंदे हैं। यदि थैले में से 3 गेंदे एक-एक करके पुन: वापस ना रखते हुए निकाली जाती हैं तो निकाली गई सफेद गेंदों का प्रायिकता बंटन ज्ञात करें ?

अथवा

दो थैले I और II दिए हैं। थैले I में 3 काली और 2 सफेद गेंदे हैं। थैले II में 2 काली और 4 सफेद गेंदे हैं। कोई एक थैला यदृच्छया चुना गया और उसमें से एक गेंद निकाली गई। काली गेंद निकालने की प्रायिकता ज्ञात करें।

23. Differentiate *w.r.t.* x the functions f given by :

$$f(x) = \cot^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}}\right]; \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$$

Or

Differentiate $\tan^{-1}\left(\frac{x}{1+\sqrt{1-x^2}}\right)$ w.r.t. $\sec^{-1}\left(\frac{1}{2x^2-1}\right)$.

x के सापेक्ष निम्नलिखित का अवकलन कीजिए :

$$f(x) = \cot^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}}\right]; \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$$

अथवा

$\sec^{-1}\left(\frac{1}{2x^2-1}\right)$ के सापेक्ष $\tan^{-1}\left(\frac{x}{1+\sqrt{1-x^2}}\right)$ का अवकलन कीजिए।

SECTION : D

(खण्ड – द)

24. Find the coordinates of the image of the point (1, 3, 4) in the plane $2x - y + z + 3 = 0$.

Or

A line makes $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ with the diagonals of a cube, prove that

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma + \cos^2\delta = \frac{4}{3}$$

समतल $2x - y + z + 3 = 0$ में बिन्दु (1, 3, 4) की छवि के निर्देशांक ज्ञात करें।

अथवा

एक रेखा, एक घन के विकर्णों के साथ $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ कोण बनाती है तो सिद्ध कीजिए कि

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma + \cos^2\delta = \frac{4}{3}$$

25. Evaluate the following integral as the limit of sums :

$$\int_0^2 (x^2 + x + 2)\, dx.$$

योगों की सीमा के रूप में निम्नलिखित निश्चित समाकलन का मान ज्ञात करें–

$$\int_0^2 (x^2 + x + 2)\, dx.$$

26. A small firm manufactures gold rings and chains. The total number of rings and chains manufactured per day is atmost 24. It takes 1 hour to make a ring and 30 minutes to make a chain. The maximum number of hours available per day is 16. If the profit on a ring is Rs. 300 and that on a chain is Rs. 190, find the number of rings and chains that should be manufactured per day, so as to earn the maximum profit. Make it as an L.P.P. and solve it graphically.

एक छोटी फर्म, सोने की अँगूठियाँ व चेनें (Chains) बनाती है। एक दिन में अधिकतम 24 अँगूठियाँ और चेनें (कुल मिला कर) बनाई जा सकती हैं। एक अँगूठी बनाने में 1 घंटा व एक चेन बनाने में 30 मिनट लगते हैं। प्रतिदिन काम करने के लिए अधिकतम 16 घंटे ही उपलब्ध हैं। यदि एक अँगूठी पर 300 रु. का तथा एक चेन पर 190 रु का लाभ होता है, तो ज्ञात करें कि अधिकतम लाभ कमाने के लिए इस फर्म को प्रतिदिन कितनी अँगूठियाँ व चेनें बनानी चाहिए। इसको रैखिक प्रोग्रामन समस्या बनाकर ग्राफ द्वारा हल कीजिए।

27. Of the students in a college it is known that 60% reside in hostel and 40% are day scholars (not residing in hostel). Previous year results report that 30% of all students who reside in hostel attain A grade and 20% of day scholars attain A grade in thier annual examination. At the end of the year, one student is chosen at random from the college and he has an A grade, what is the probability that the student is a hostlar ?

यह ज्ञात है कि एक महाविद्यालय के छात्रों में से 60% छात्रावास में रहते हैं और 40% छात्रावास में नहीं रहते हैं। पूर्ववर्ती वर्ष के परिणाम सूचित करते हैं कि छात्रावास में रहने वाले छात्रों में से 30% और छात्रावास में न रहने वाले छात्रों में से 20% छात्रों ने A-ग्रेड लिया। वर्ष के अंत में महाविद्यालय के एक छात्र को यादृच्छया चुना गया और यह पाया गया कि उसे A-ग्रेड मिला है। इस बात की क्या प्रायिकता है कि वह छात्र छात्रावास में रहने वाला है ?

28. Find the area of the region enclosed between the two circles $x^2 + y^2 = 4$ and $(x-2)^2 + y^2 = 4$.

Or

Using the method of integration, find the area of the triangular region bounded by the lines :

$$5x - 2y = 9,\ x + 3y = 12,\ 4x - 5y = 14.$$

दो वृत्तों $x^2 + y^2 = 4$ एवं $(x-2)^2 + y^2 = 4$ के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

अथवा

समाकलन का उपयोग करते हुए एक ऐसे त्रिकोणीय क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजाओं के समीकरण $5x - 2y = 9,\ x + 3y = 12,\ 4x - 5y = 14$ हैं।

29. Given $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -4 \\ -4 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, find BA and use this to solve the system of equations.

$x - y = 3;\ 2x + 3y + 4z = 17,\ y + 2z = 7.$

यदि $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -4 \\ -4 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, तो BA ज्ञात करें और इसका प्रयोग करते हुए निम्न रैखिक समीकरणों के निकाय को हल करें :

$$x - y = 3,\ 2x + 3y + 4z = 17,\ y + 2z = 7.$$